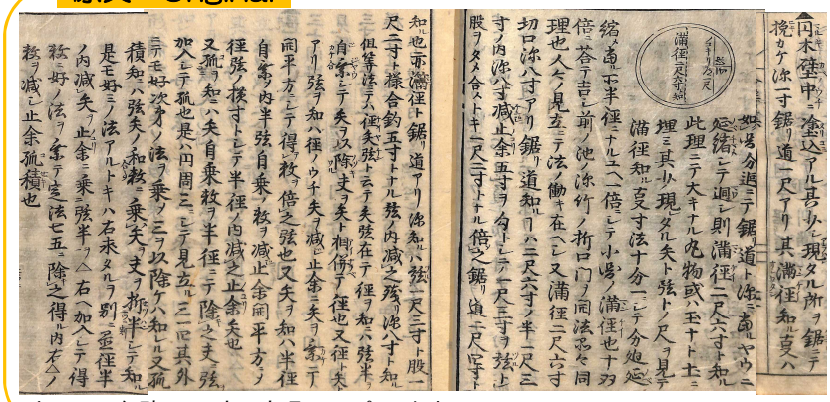
竜ヶ崎第一高等学校　白幡探究Ⅰ数学領域
三平方の定理を利用した径矢弦の求値法

1年　C組　T班

The determination by using the Pythagorean Theorem,　the length of the diameter and　the length of the arcuate height and the length of chord.

原文　Original



キーワード：壁　三平方の定理　コンパス　丸木　Wall　Pythagorean theorem　compass

現代語訳

円形の木材が壁の中に埋め込んである。それが少し現れているところをのこぎりで深さ一寸まで切り込んだ時点での弦は一尺である。この木材の直径を求めるには「コンパスで点A、B、Cの三点を通るように長さを定めて円を描く。円の中心Oが定まるので、長さを測り直径は二尺六寸とわかる。

大きな球体状を土に埋め、それが地表から少しでているものとし、地表と接している辺を鋸道、地表から球体の一番高いところを結んだ線を深として直径を求めるには寸法を十分の一にして、コンパスで鋸道の両端と球体の一番高くなる点の三点を通るようにコンパスを調整し円を描く。このときのコンパスの長さが半径になるので二倍にすると直径が求められる。十分の一にしていたので十倍にすると本当の値が求まる。

直径が２．６寸、深０．８寸の時鋸道を求めるには直径の半分の１．３寸から深の０．８寸を引いた値を三角形の短辺とし、半径の１．３寸を斜辺とし、三平方の定理を使って１．２寸となる。これを２倍にすると鋸道が求められる。よって鋸道は２．４寸となる。

また、直径と鋸道があり深を求めるには、斜辺を１．３寸、長辺を１．２寸とする三角形に、三平方の定理を用いて短辺が０．５寸となる。鋸道から求めた短辺を引くと深になる。

これらを算法で表すと、『径矢弦』と言って深は矢、鋸道は弦、径は直径で表される。

矢と弦が分かっていて弦を求めるには弦の半分を二乗し、その答えを矢で割り、その値に矢をたして径を求める。

径と矢が分かっていて弦を求めるには径から矢を引いてその答えに矢をかけて、開平した値を二倍にした数が弦となる。

矢を求めるには半径の二乗から半弦の二乗を引き、その答えを開平した後、半径から引くと矢を求めることができる。

弧を求めるには矢の二乗を半径で割り、その値に弦を足すことで弧を求めることができる。これは、円周率が３．１４でも３．１４１５でもよい。

係：勝村・香取

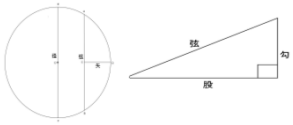
英語訳

Circular wood is an embedded into the wall.
The place where it has appeared a little has been cut to a depth of 1 ^{sun} by a saw. The chord at a place which was the cut is 1 ^{shaku}.
At this point, the chord, the midpoint of the chord, and the center point of the circle represent as the line segment A B, the point C, the point O, respectively.
In addition, one of the shorter of the line segment that extending vertically from A B through the point C to the circumference represent the line segment C D.
The following is method for determining the diameter of this wood. First drawing a circle with determining the width of the compass so as to pass through the three points of the point A • the point B • the point C. Since the center point O of the circle is determined, measure the length of the diameter. The answer is 2 ^{shaku} 6 ^{sun}.
By utilizing this property, seek the length of the diameter from the length of CD and AB.　Bury the large spherical object on the ground.　It is assumed that slightly visible from the ground.　This state, in a parallel perspective on the ground, seeing in a plane. Determine the diameter of this sphere from AB (the line segment in contact with the surface of ground), and CD (the line segment connecting the midpoint of the highest point and AB from the ground of the sphere).　First, draw a diagram which has been reduced to one tenth the size. Then drawing a circle with determining the width of the compass so as to pass through the three points of the point A • the point B • the point D. At this point, the length of the compass is radius length, and its two times length is the length of the diameter. Because it is tithe scale, real values are ten times that of.
The following is a way to determine the length of AB when a diameter is 2 ^{shaku} 6 ^{sun} and the CD is 8 ^{sun}. The short side of the triangle is 5 ^{sun} (this value has subtracted the length of line segment CD from the half of the length of diameter), and the hypotenuse is the 1 ^{shaku} 3 ^{sun} (the length of the radius). By using the Pythagorean Theorem, the length of AB is determined to 1 ^{shaku} 2 ^{sun}. Two times its length is the length of AB. Therefore, the length of AB is 2 ^{shaku} 4 ^{sun}. In addition, the following is a way to determine the length of CD from the length of diameter and the length of A'B'. The hypotenuse of the triangle is the one ^{shaku} 3 ^{sun}, and the long side of the triangle is 1 ^{shaku} 2 ^{sun}. By using the Pythagorean Theorem, the length of the short side of the triangles is determined to 5 ^{sun}. To subtract the length of the short side from the length of AB is the length of CD.
These methods is called kei-shi-gen. Each “kei”, “shi”, “gen” represents the diameter, CD, and AB. The first one, the following is how to determine the diameter of when the value of the CD and AB are both known. To squaring the half of the length of AB in the beginning. Then to divide it by the length of the CD. Finally, to add the value of the CD. The second, the following is how to determine the length of AB of when the value of the CD and the diameter are both known. To subtract the length of the CD from the length of the diameter in the beginning. Then to multiply the value of the CD to the answer. Finally, to double the value of the square root of the answer. The third, the following is how to determine the length of CD. First, to subtract the square of the half the length of the diameter from the square of half of the length of AB. Finally to subtract the value of the square root of the answer from the radius. The forth, the following is how to determine the length of the arc. First, to divide the value obtained by squaring the CD by the half of the length of the diameter. Finally, to add the AB to its value. In this case, pi may be either of 3, 3.14, and 3.1415. Fifth, the following is how to determine the area of arcuate, including a CD. First, to add a CD and AB. Next, to multiply the CD into the answer. Finally, to divide the answer by two.

係：杉田・佐久間

数学的内容

【1】から【3】より求められること。



※以下、鋸道を弦、深を矢、満径を径

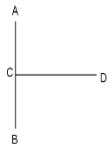
[1]ABとCDがありEFを求める。
CDを半分にし、その値を二乗してAで割る。

$$\left(\frac{CD}{2}\right)^2 \div AB + AB$$

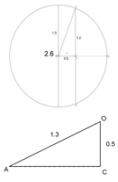
よってEF＝$\frac{CD^2}{4AB}$＋ABとなる

以下では弦を斜辺、勾を短辺、股を長辺と呼ぶ。また、記号は図1と同じとする。さらに単位は寸で統一する。

【1】AB＝10寸、CD＝1寸の時の直径を求める。コンパスを使い点A,B,Dに接するようにコンパスで円を描くとOが求められる。Oを通る直線から直径が求められる。



【2】直径が2.6寸、CD＝0.8寸の時のABを求めるにはOD－CD＝0.5寸
△AOCにおいて
斜辺が1.3寸
短辺が0.5寸
三平方の定理を用いて
$1.3^2 = 0.5^2 + AC^2$
AC＝1.2
AB＝2ACよりAB＝2.4



【3】直径とABがあってCDを求めるには、斜辺1.3寸、長辺1.2寸とするとOCが0.5寸となる。斜辺（半径）からOCを引くとCD＝0.8寸となる。
CD＝0.8寸

[2]ABとEFがありCDを求める。
EF－ABの答えにABをかけて開平する
それを2倍した数がCDとなる。
よってCD＝$2\sqrt{(EF-AB)AB}$となる

[3]CDをもとめるには半径をAOとして
AOの二乗からACの二乗を引いてでた値をAOから引いた値がCDとなる。
よってCD＝$AO-\sqrt{AO^2-AC^2}$となる

[4]を求めるにはCDの二乗を半径のAOで割り、そのでた答えにABを足す。

よって$\overline{AB}=\frac{CD^2}{AO}+AB$となる

[5]弧積を求めるにはABとCDを足した値にCDをかけて2で割る。

よって弧積＝$\frac{CD\ (AB+CD)}{2}$となる。

係：高森

英語訳

Symbols see Figure 1.
The measure unify to ^{sun}.

【1】Case of AB=10- ^{sun}, and CD=1 - ^{sun}.
Determine of the length of the diameter.
Drawing a circle as to pass through the three points of the point A • the point B • the point C.
Since the center point O of the circle is determined, understand the length of the diameter is.

【2】Case of the diameter = 2.6- ^{sun}, and CD = 1.8 - ^{sun}.
Determine of the length of AB.
OD minus CD leaves 0.5- ^{sun}.
In △ AOC, the hypotenuse = 1.3- ^{sun}, the short side = 0.5- ^{sun}.
By using the Pythagorean Theorem,
$1.3^2 = 0.5^2 + AC^2$
AC = 1.2
AB = 2AC, therefore, AB = 2.4

【3】Case of the hypotenuse = 1.3- ^{sun}, and the long side = 0.5 - ^{sun}.
The hypotenuse (the radius) minus OC leaves CD.
CD = 0.8- ^{sun}.

Be obtained by the（1）～（3）

（1）we calculate the EF from AB and CD
After, the line segment CD is halved,by squaring the answer, then divided by A.

$$\left(\frac{CD}{2}\right)^2 \div AB + AB$$

Therefore, $EF=\frac{CD^2}{4AB}+AB$

（2）We calculate the CD from AB and EF
The answer from the EF is determined by subtracting the AB, remove the square root
In order to obtain the CD,we will multiply the 2 to the answer

$CD=2\sqrt{(EF-AB)AB}$

（3）It Is defined as a radius AO to obtain the CD,It becomes CD When subtracting the —from AO
Therefore, it is $CD=AO-\sqrt{AO^2-AC^2}$

（4）How to determine the length of A.
First, to divide the value obtained squaring the CD by the length of the radius AO.
Finally, adding the AB to its value.
Therefore , $\overline{AB}=\frac{CD^2}{AO}+AB$

（5）I seek the area of arc. I add the AB and CD for that.
I multiply the CD in its value.
And I divide it by two.
Therefore, the area of arc= $\frac{CD\ (AB+CD)}{2}$

係：杉田・佐久間

まとめ・今後の課題・感想

まとめ

円の直径や半径、また、円の中心から作られている三角形の三辺から、わかっているものを探し、求められていない辺を求める方法。

今後の課題

この項目では、今回、沢山の方法を紹介していたが、江戸時代ではこれらが何に応用されていたかを調べる。

感想

日本における数学は江戸時代から現代と同じくらい発展していることに私たちは感銘を受けました。
この感動を日本の文化として、外国の方に「和算」を現代の私たちが伝えながら、江戸時代の「和算」という文化を受け継いで勉強に生かしたいと思いました。

班長：高森

Summary　Impressions　Future tasks

Summary

Seek unknown　edges from Circle diameter and radius, the triangle made from the center of the circle ,and the known edges.

Impressions

In this item, this time, I had to introduce a lot of ways.
In the Edo period I examine whether these had been what the application.

Future tasks

We impressed with the mathematics of Japan had already developed as much as the modern since the Edo period.
We, modern people, convey towards foreign to this excitement as Japanese culture. Also I want to take advantage to studying inherited the culture of Japanese mathematics, "wasan", of the Edo period.

引用　Quote
見立算法規矩分等集　*Mitate Sanpou Kiku Buntousyu*
享保7年　*A.D.1730*
著者：万尾　時春　*Author:MASIO Tokiharu*