

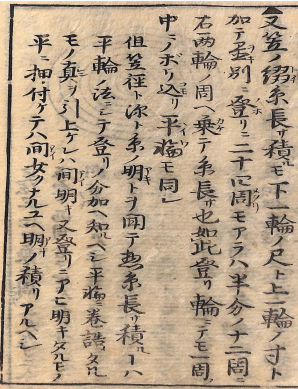
竜ヶ崎第一高等学校 白幡探究Ⅰ 数学領域

笠を綴る糸の長さについて

1年 D組 甲班

-About the length of the thread
spelling a hat made of braided straw-

原文 -The original-



キーワード:円
錐台、糸の長さ、等差数列

Keyword:
frustum, The length of the thread, geometrical progression

英語訳 -In English-

To use it toward the flat ring, please know half of the number of winding.
When I wind it up in a flat ring, and the thing which we was at raises the center.
A gap occurs to the number of the winding.
In addition, the thing with the gap if we push it to the flat thing the gap decreases so it is necessary to know the gap before.
I add the youngest circumference and a top circumference to guess the length of the thread spelling a hat made of braided straw.
It is to the length of the thread when I hang it to half things which increased 12 lap sometime ago if the number of the winding is 24 laps.
When I add the circumference to support of the circle of the inside, in the case of flat ring, this can say the same thing.
But I guess the diameter of a hat made of braided straw and height and the gap of the thread beforehand and calculate the length of all threads.
A person in charge: Iida and Uehara

数学的内容 -The content of math-

文章より、上輪と下輪を足して、それを別に置き、それに高さの半分をかけるとなっている。

上一輪 (尺) } 加える→足す→別に置く(→)をつける
下一輪 (寸) } と考えた

(上輪の長さ+下輪の長さ) × 12 = 全ての糸の長さになる ...①
と書かれている

仮定として上輪の半径aとし一輪ずつ半径がa大きくなるとするとこの上の式は全円の円周になった。

上輪 半径a $a \times 2 \times \pi = 2a\pi$ 上輪の円周

下輪 半径24a $24a \times 2 \times \pi = 48a\pi$ 下輪の円周

これを①に代入して

$$(2a\pi + 48a\pi) \times 12 = 600a\pi$$

$$2a\pi + 4a\pi + 6a\pi \dots + 600a\pi$$

同じ値になった

これを全て文字を用いて一般的に考えると
一周巻くにつれてb増える
巻く回数c

上輪 半径a $2 \times a \times \pi = 2a\pi$ 上輪の円周

下輪 半径 $a + bc - b$ $(a + bc - b) \times 2 \times \pi = 2\pi(a + bc - b)$

これを①に代入する $\{2a\pi + 2\pi(a + bc - b)\} \times \frac{1}{2}c$ 下輪の円周
 $c\pi(2a - b + bc)$

等差数列で一輪ずつ足す

Sn:合計→この場合円周の合計

a:初項→ $2a\pi$

n:項数→c

l:末項→ $2a\pi + 2bc\pi - 2b\pi$

公式 $S_n = \frac{1}{2}n(a + l)$ に当てはめて

$$S_c = \frac{1}{2}c(2a\pi + 2c\pi + 2bc\pi - 2b\pi)$$

$$= c\pi(2a - b + bc)$$

塵劫記の求め方で求めた $c\pi(2a - b + bc)$...①
数学的に等差数列で求めた $c\pi(2a - b + bc)$...②

①、②が等しい為、
塵劫記上の求め方が正しいことが証明された
係:井澤・石松

現代語訳 -Modern translation-

また、笠を綴る糸の長さを推量するに
は一番下(外)の円周を一番上(内)の
円周を加えておきます。巻き数が二
十四周ならば、半分の二十周をさつき
加えておいたものに乗けると、糸の長
さになります。これは、中の円の対応
する円周を足した場合でも、平輪の場
合同じことが言えます。
ただし、笠の長径と高さとの隙間を
あらかじめ推量して、すべての糸の長
さを計算します。
平輪の法を使うため、巻き数の半分も
加えて知っておいてください。
平輪に巻き詰めたものは中心を引き上
げると隙間が巻き数に生じます。隙間
があるものは平なものの押し付けられ
ば間
間
は
少
な
く
な
る
の
で
、
隙
間
の
こ
と
を
前
も
っ
て
考
え
て
お
い
て
く
だ
さ
い。

英語訳 -In English-

Jinkouki says that
(upper ring's circumference+ lower ring's circumference) × 12 = length of all thread. ...①

The radius which is upper ring as supposition a, when 1 is big and the radius will be
→Because wind 24 rounds

single-wheel, the system which is else was the all circumference

Upper ring's radius → a $a \times 2 \times \pi = 2a\pi$ Upper ring's circumference

Lower ring's radius → 24a $24a \times 2 \times \pi = 48a\pi$ Lower ring's circumference

By① $(2a\pi + 48a\pi) \times 12 = 600a\pi$...②

$2a\pi + 4a\pi + 6a\pi + 8a\pi + \dots + 48a\pi = 600a\pi$...③

When all this is generally considered using the character, as wind 1 round, b increases.

Upper ring's → a $2 \times a \times \pi = 2a\pi$ upper ring's circumference

Lower ring's → $a + bc - b$ $(a + bc - b) \times 2 \times \pi = 2\pi(a + bc - b)$

The wound number of times → c lower ring's circumference
 $\{2a\pi + 2\pi(a + bc - b)\} \times \frac{1}{2}c$

$$c\pi(2a - b + bc)$$

I use geometric progression and add by one of them.
It leads to the top right corner.

S_n =the total →The total when I would up n laps

a=The first term → $2a\pi$

n=The number of the clauses →c

l=Last article → $2a\pi + 2bc\pi - 2b\pi$

Formula apply $S_n = \frac{1}{2}n(a + l)$

$$S_n = \frac{1}{2}c(2a\pi + 2c\pi + 2bc\pi - 2b\pi)$$

$$= c\pi(2a - b + bc)$$

$$c\pi(2a - b + bc) \dots ①$$

I demanded it by Jinkouki $c\pi(2a - b + bc) \dots ②$

I demanded it by geometric progression mathematically $c\pi(2a - b + bc) \dots ②$

Because ① and ② is equal, It is proved solution of Jinkouki is right.

A person in charge: Araki, Izawa and Isimatsu

まとめ・今後の課題・感想

まとめ

笠を綴っている糸の長さを導き出す為、笠の上部分と下部分の半径・円周を等差数列に代入するなどして数学的に計算し、塵劫記の答えを証明した。

感想

班のメンバーがそれぞれ得意な分野を活かしてなんとか完成させる事ができました。
一番手こずったのは英訳で、古文単語や数学で用いられる語句を英語にすることが非常に大変でした。どの英単語が正しいのか判別するのは日常でも遭遇する問題なので気をつけたいと思いました。
Each member used proud subject.
Because we could complete this poster.
The most difficult thing was translating into English.
We thought that it is important for us to judgement the right English word.
So we want to careful.

班長: 荒木

引用

見立算法規矩分等集

Mitate Sanpou Kiku Buntousyu

享保7年

A.D.1730

著者: 万尾 時春

Author: Mashio, Tokiharu



今後の課題

私たちの扱った問題は一部だったので、流れをつかむために他の班の解法と検証していきたい。

Problem was part we were dealing with.

To grasp the flow, it is desired than be a problem for other team.