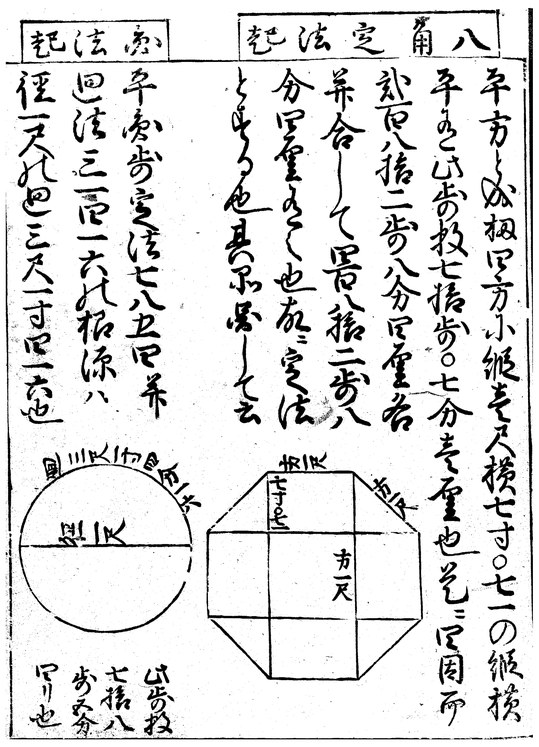
竜ヶ崎第一高等学校　白幡探究Ⅰ数学領域

正八角形と円の面積，円周率

70th　1年　G組　　庚班

~Space of regular octagon and circle, pi~

原文 Original



キーワード *~Key word~*

- **定法**
  定義…formula
- **歩数**
  面積…area
- **廻法**
  円周率…pi

現代語訳 Modern translation

八角定法起

正八角形の面積が0・48284になる理由を説明する。
1辺が1尺の正八角形の中央には、1辺が1尺の正方形がある。（この正方形の面積は100歩である。）
また、正方形の四隅には4つ合わせると1辺が1尺の正方形になる三角形がある。
そして四方には縦1尺、横7・071寸の長方形があり、
この1つ分の面積は70歩7分1厘である。4つあるから
この1つ分の面積に4をかけて、282歩8分4厘となる。
これらそれぞれの面積を合わせて、482歩8分4厘である。

円法起

円の面積の定法円周率3・1416の訳を説明する。
直径1寸の円の円周は、3尺1寸416である。
この円の考え方は、1辺が1尺の正方形を八角形に作り、
また八角形を十六角形に作りというように2倍ずつ角の数を増やして最終的に13万1072角の一面2糸396844980842366となる。これに角の数をかけて
3尺1寸4分1里5毛9糸と余りがある。繰り上げをして
31416とする。
そういうことで面積は、直径の2乗と4分の1πをかけて、
7捨8歩5分4厘である。

係：相馬・西村

英語訳 English version

(The formula for an octagon)

We'll　explain the reason why the space of regular octagon is 0.48284.
There is a regular octagon and one side of it is 1*shaku*. And it has a square in center of it, has 1*shaku* long side. The space of this square is 100*ho*.
The total space of four triangles located four corners is same with the square has four 1shaku long's sides.
And the regular octagon also has four rectangles 1*shaku* long and 7*sun*-07*bu*-1*rin* wide. One of its space is 70ho-7bu-1rin. Total space of four rectangles is 282*ho*-8*bu*-4*rin*.
From those things, the space of this regular octagon is 482*ho*-8*bu*-4*rin*.
Therefore, this is the formula for calculating space of a regular octagon.

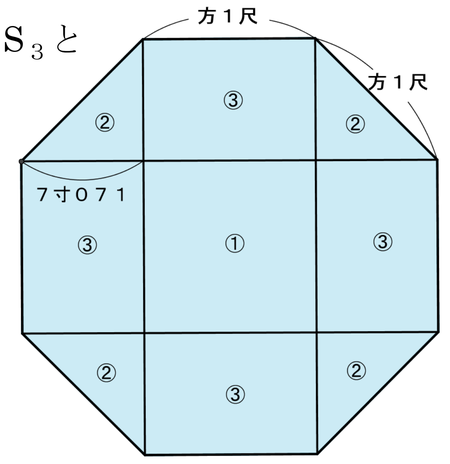
(The formula for a circle and pi)

We'll explain the reason why PI is 3.1416.
The circumference of a circle of 1 sun is 3 shaku_1sun_416.
The idea in this circle is as follows.
First make a square, one side of it is 1shaku, and 2 x the octagonal corner, make a regular octagon.
Thus twice the number of corners create 131072 sided increasing eventually.
This shape is one side in 2shi_396844980842366.
This number of corners and 3shaku_1sun_4bu_1ri_ 5mou_9shi too as.
Round everything after the fifth place after the decimal point up, which considers 31416.
By area over 1/4pi and the square of the diameter, 7shaku_8ho_5bu_4rin.

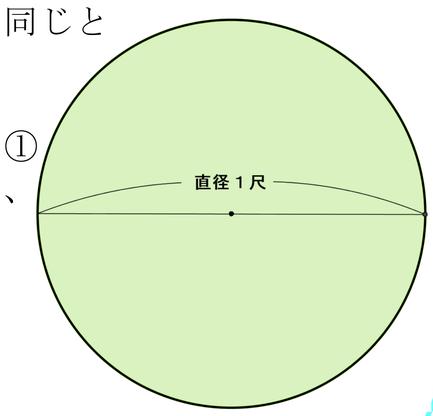
係：永井

数学的内容 Mathematical content

（八角定法起）
文章より、この図形は次の①、②、③の図形から出来ている。
１辺が１尺の正方形・・・①
４つ合わせると１辺が１尺の正方形に等しくなる三角形４つ・・・②
縦１尺、横0.7071尺の長方形４つ・・・③
①の面積をS_1、②の面積をS_2、③の面積をS_3とする。
$S_1=1^2=1$
同様に、$S_2=1$
$S_3=1\times0.7071\times4=2.8284$
よって、　$S_1+S_2+S_3=1+1+2.8284$
$=4.8284$
１辺１尺の正方形の面積＝100歩である。
従って、この図形の面積は、
482歩8分4厘である。



（円法起）
文章より、１辺１寸の正方形を正八角形に、それを正十六角形に、というように正多角形の角を2倍していき、
1辺0.000239684498084266の正十三万千七十二角形をつくる。
よってこの図形の周は、
0.000239684498084266×131072＝3.141592…
これは、直径１尺、円周が3.141592…の円と同じと考えられる。
従って、直径１尺の円の円周率は
3.141592…÷１尺≒3.14159　となる。・・・①
ここで、円の面積の公式は、直径をRと置くと、
$(1/2R)^2\pi$
変形して、$R^2\times\pi/4$・・・②
①・②より、直径１尺の円の面積は
$R^2\times\pi/4\fallingdotseq1\times1\times3.14159/4\fallingdotseq0.7854$



係：直井・西村

英語訳 English version

(The formula for a regular octagon)

According to the sentence , this octagon is made up ①,　②,　and ③ .
A square has four sides of 1 *shaku*. ・・・①
Four triangles have the space is equal to a square with four sides of 1 *shaku*. ・・・②
Four rectangles have the length that is 1 *shaku* and width that is 0.7071 long. ・・・③
The space of ① is S_1, the space of ② is S_2, the space of ③ is S_3.
Then　$S_1= 1^2=1$
$S_2=1$
$S_3=1\times0.7071\times4=2.8284$
Therefore　$S_1+S_2+S_3=1+1+2.8284$
$=4.8284$
It is because 1 square is 100*ho*, the space of the octagon is **482*ho*-8*bu*-4*rin***.

(The formula for a circle and pi)

From the sentence, make a square which one side of it is 1*shaku,* and 2x the octagonal corner, make a regular octagon. Finally, it become a regular polygon which has 131072 angles and one side of it is 0.000239684498084266.
So the circumference of it is
0.000239684498084266×131072＝**3.141592…**
This numerical value seems to be same as the circumference of the circle whose diameter is 1*shaku.*
Therefore the circumference of the circle whose diameter is 1*shaku* is
3.141592…÷ 1 *shaku* ≒**3.14159**.....①
The　formula of area of circle is
$(1/2R)^2\pi=\mathbf{R^2\times\pi/4}$.....②　　(R = the diameter)
From ①,　②,　the area of circle whose diameter is 1*shaku* is
$R^2\times\pi/4\fallingdotseq1\times1\times3.14159/4\fallingdotseq$**0.7854**

係：永長・直井

まとめ・今後の課題・感想 Summary, Future tasks, Impression

まとめ *~summary~*

正八角形の面積は、求めやすい図形に分解して求める。円の面積は、正方形を角の多い正多角形に変形して円に近づけ、円周率を求め、それを利用して求める。

The space of regular octagon can be found through dividing figure into the figure which it's easy to examine.
The space of circle can be found by changing a square close into polygons has much more angles.
The polygons will get close to a circle, it that makes easy to find the pie, then we can find the space of circle.

今後の課題 *~Future tasks~*

難しい文章をわかりやすく要約する力が不足していると感じられた。特に円法起では、途中の数学的内容を解読しきれなかったため、内容理解を今後の課題としていきたい。

We felt our lack of ability to make a brief summary. We make a future task to understand content.

感想 *~impression~*

現在使われているものと異なる単位のために、数式の解読が難しかった。また、鎖国時代の日本で現在とほぼ同じ求め方・数値が使われていた事に驚いた。和算の発展に触れられた良い体験になった。

It was difficult to decode numerical expression because of the unit in the text was different from the current one.
Also, we were surprised that the procedure and numerical value which was used in the age of national isolation is almost same with modern.
It became great experience we could be exposed to development of Japanese mathematics.

係：相馬・直井・永長

引用
算法勿憚改　　*Sanpou futsutankai*
延宝1年　　*A.D.1673*
著者：村瀬　義益　　*Author:Murase Yoshimasu*