# 竜ヶ崎第一高等学校　白幡探究Ⅰ数学領域

70th　1年　B組　庚班

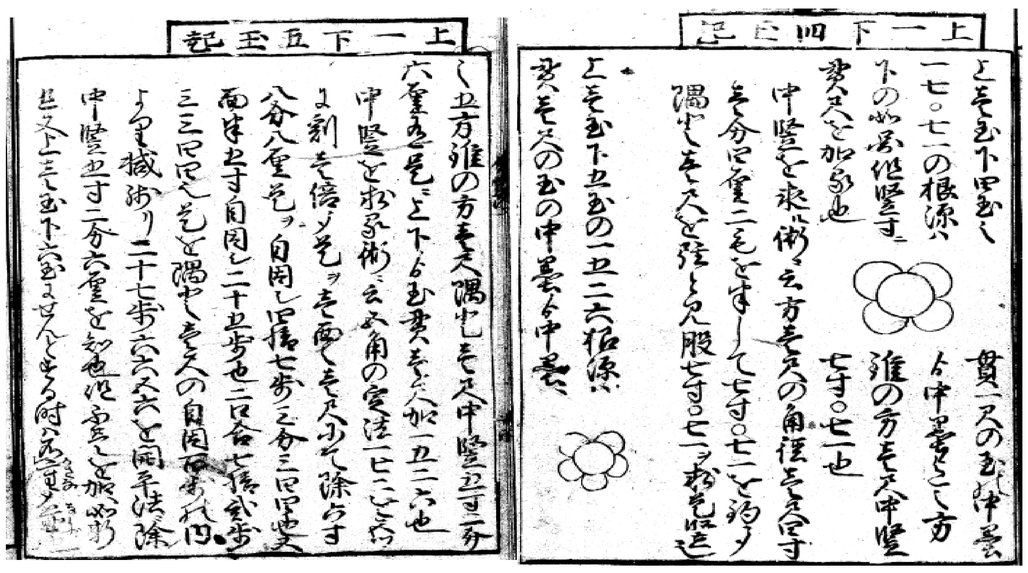
# 「玉の上に玉を乗せた全体の高さは」

## The overall height with the ball on balls

引用　算法勿憚改　Quotation : Sanpo hututankai
延宝元年　A.D.1673　Enpo the first year A.D.1673
著者　村瀬義益　Author :　Murase Yoshimasu

キーワード:三平方の定理　正五角錐 高さ
Keyword:The Pythagorean theorem
Pentagonal pyramid　Height

## 原本（The original）



## 現代語訳（The Japanese translation）

4つの玉の上に1つの玉が乗っている。
球の中心から中心までが1尺である。
それぞれの球の中心を結ぶと正四角錐ができる。三平方の定理で正四角錐の高さは7寸071と分かる。これに球の半径を2つ足すと全部の高さは1尺071となる。

5つの球の上に1つの球が乗っている。
球の直径は1尺である。それぞれの球の中心を線で結んでいくと五方錐ができる。五方錐の1辺の長さは1尺である。また、五方錐の高さは5寸2分6厘である。これより、球の底から一番上までの高さは1尺5寸2分6厘であるとわかる。
高さを求める方法〉

五角形の面積172を5で割る。2倍してこれを正方形の1辺の1尺で割る。6寸6部8厘を2乗し、47歩3分344これを角とし1尺を2乗して、100歩から72歩3344を引いた残り27歩6656の平方根を求めると、高さ5寸2分6厘。6つの球に1つの球が乗っているときは重ならず並んでいる。　担当　武田

## 数学的内容（The mathematical content）

（類題）
文章より四つの球の上に一つの球が乗っている。球の中心から中心までが一尺である。それぞれの球の中心を結ぶと一辺が一尺の正四角錐ができる。三平方の定理を使って、この正四角錐の高さｈを求める。

$h^2=1^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

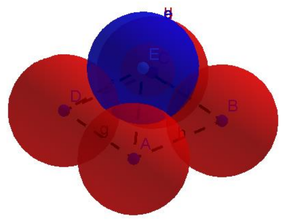
$h=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}$

＝０．７０７１

＝７寸０７１

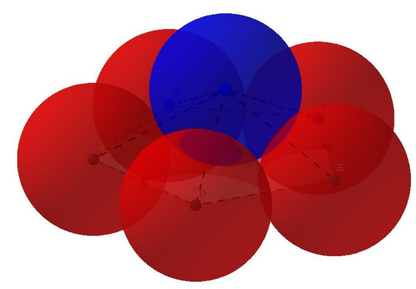
ｈに、上下にある残りの長さ（球の半径）を足すと
５寸＋５寸＋７寸０７１＝１７寸０７１で、一尺七寸０七一である。



（本題）
五つの球の上に、１つの球が乗っている。球の直径は１尺である。
球の中心を結んでいくと五角錐ができる。
五角錐の１辺の長さは１尺である。１尺＝１０寸

・五角錐の高さを求める。
まず五角錐の底面積の正五角形の面積を求める。
その面積を求める公式に当てはめると、$\sqrt{(25+10\sqrt{5})}/4$　＝　１．７２
五角形の面積→１７．２とみる。

次に１７．２を５で割ると五角形を５等分した三角形１つ分の面積が出る。
１７．２÷５＝３．４４
その三角形の高さをaとすると、３．４４$=\frac{1}{2}\times1\times a$
a＝６．８８
三角形の斜辺の長さをXとすると、Xを求めるには、三平方の定理を使って、
$5^2+6.88^2=X^2$
$X^2=72.3344$



最後に、五角錐の高さをｈとすると、
$h^2=10^2-X^2$（１尺＝１０寸）
$h^2=100-72.3344$
$h^2=27.6656$
ｈ＝５．２６
よって五角錐の高さは５寸２分６厘である。これに、上に乗っている球の半径５寸と下の球の半径５寸を足すと全体の高さは、１尺５寸２分６厘である。　担当　佐野　染谷

## 英語訳（The English translation）

There is a ball on four balls.
Distance from the center of each balls with lines makes a square pyramid.
We can know that the height of the square pyramid by using the Pythagorean Theorem.
Adding the other two radius to it, all height becomes $1^{shaku}$ $7^{sun}$ 071.

There is a ball on five balls.
Diameter of balls is $1^{shaku}$.
Connecting the center of the balls with line makes a pentagonal pyramid.
Length of its edge is $1^{shaku}$.
And, height of it is $5^{sun}$ $2^{bu}$ $6^{rin}$.
Therefore length from bottom of balls to top is $1^{shaku}$ $5^{sun}$ $2^{bu}$ $6^{rin}$.

Dividing area 172 of the pentagon　with 5. And divide it with $1^{shaku}$ of 1 side of the square.
$6^{sun}$ $6^{bu}$ $8^{rin}$. Squaring the number of this 1 column makes $47^{bu}$ $3^{bu}$ 344.
And then, squaring $5^{sun}$, the half of length of 1 side of square, makes $25^{bu}$.
Adding these two makes $72^{bu}$ 3344.
Squaring　it by $1^{shaku}$ makes $100^{bu}$. Minus $72^{bu}$ 3344 from it, $27^{bu}$ 6656 which is the remainder of that.
The square root of it is $5^{sun}$ $2^{bu}$ $6^{rin}$. (height)
Therefore when a ball on 6 balls, line up not pilling.　担当：野村

## 英語訳（ The mathematical English translation ）

(main question)

A ball is on 5 balls.
Diameter of ball is $1^{shaku.}$
Connecting center of all balls makes a 5 angels of drill.
Length of edge of the drill is $1^{shaku}$.

▪how to calculate height of 5 angles of drill.
Calculate area of pentagon, drill's base product,Apply it to formula,

$\sqrt{(25+10\sqrt{5})}1^2/4=1.72$　　$1.72=172$ Area of pentagon

Next, Divide 172area of pentagon by 5, double it, and divide it by $1^{shaku}$ of square.
172÷5=34.4
34.4×2=68.8
68.8÷1=68.8　　$68.8=6^{sun}8^{bu}8^{rin}$
This one column
68.8×68.8=4733.44　　$4733.44=47^{ho}3^{bu}344$

In addition, square $5^{sun}$, length of half of square's side, →　$25^{bu}$
Add this two. →　$72^{ho}3344$
Squaring $1^{shaku}$ makes $100^{bu}$. Subtract $72^{bu}3344$ from $100^{bu}$.
100−72.3344=27.6656　　27.6656=$27^{ho}6656$

Calculating square root of $27^{bu}6656$ makes $5^{sun}2^{bu}6^{rin}$.
$1^{shaku}$ $5^{sun}$ $2^{bu}$ $6^{rin}$ added height of ball ($1^{shaku}$) is height of 5 angles of drill.
Therefore when a ball on six balls, it always in the line.

(similar question)
A ball is on the 4 balls from sentence.
The length of center of ball to balls is $1^{shaku}$.
Connecting center of balls makes square pyramid.
Calculate its height *h* by using Pythagorean Theorem.

$h^2=1^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$h=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=0.7071=7^{sun}071$

Adding top and bottom remaining length (Radius of ball) to *h*,
$5^{sun}+5^{sun}+7^{sun}071=17^{sun}071$. It is $1^{shaku}$ $7^{sun}$ 071.　担当：野村

## まとめ・今後の課題・感想

### まとめ

**いくつかの球の上に一つの球を乗せた全体の高さを求めるには、球の中心を結んで錐体を作る。**
English Translation
When we solve the all over height of thing which is made up of some balls, we connect the center of balls with lines and make a conic solid.

### 今後の課題

不自然な英単語や英文法の見直し
To review unnatural English.

### 感想

普段は学ぶ機会のない和算に触れるという貴重な体験を経て、江戸時代の人々が私たちが考えていたよりもずっと高い数学的な知識を持っていたことに驚きました。
Through this valuable experience that we don't usually learn, we were surprised about the people who lived in the Edo era had very high knowledge that is higher than we guess.
担当：番場